

# EL NOMBRE D'OR

## I LA SEVA APLICACIÓ DIDÀCTICA



Font: [www.spiritualchemy.com](http://www.spiritualchemy.com)

Francisca Sorell  
Esp. Matemàtiques

Mentor: **Ester Floris**

I.E.S. Miquel Biada

Tutor: **Joan Miralles**

Mataró

 **UOC** Universitat Oberta  
de Catalunya



CURS 2011 – 2012

*“La matemàtica té dos grans tresors:  
un és el Teorema de Pitàgores i l’altre és el nombre auri.  
El primer pot comparar-se a una mesura d’or,  
el segon, a una pedra preciosa”*  
**Johannes Kepler**

*“Les matemàtiques no solament posseeixen la veritat, sinó la suprema bellesa,  
una bellesa freda i austera,  
com la de l’escultura,  
sense atractiu per a la part més dèbil de la nostra naturalesa...”*  
**Bertrand Russell**

# ÍNDEX

1. PRESENTACIÓ	4
2. PROCEDIMENT DUT A TERME	6
3. MARC LEGAL	7
ESO	
Batxillerat	
4. MARC TEÒRIC	12
5. AVALUACIÓ	16
6. METODOLOGIA – GESTIÓ DE L’AULA	18
7. SESSIONS	
MESURA	19
PROPORCIONALITAT	21
INCÒGNITA	23
FIBONACCI	25
LÍMIT	27
8. CONCLUSIONS	29
9. BIBLIOGRAFIA	31
10. ANNEXOS	
ANNEX 1	33
ANNEX 2	34
ANNEX 3	37
ANNEX 4	39
ANNEX 5	42
ANNEX 6	44
ANNEX 7	47
ANNEX 8	48
ANNEX 9	50

# 1. PRESENTACIÓ

Com a matemàtica, m'he sorprès moltíssimes vegades que gent amb molta menys preparació matemàtica que jo, m'ensenyés la bellesa d'aquesta, que no havia sabut apreciar durant la carrera. Quan parlo amb algú i li dic el què vaig estudiar, reb dos tipus de resposta: o d'imcomprensió o d'interés.

Els que no em comprenen, m'argumenten la idea, totalment negativa, que tenen sobre les matemàtiques: que les classes eren una tortura i que no li veien cap sentit. A aquells que els hi agraden, em comenten curiositats sobre aquestes, com problemes d'enginy, coincidències numèriques o de geometria aplicada, que la majoria de vegades desconec.

Fins fa molt poc, tot i després de tota la meva secundària i els meus estudis universitaris, no coneixia el **nombre d'or**!

**1,61803398974989484820458683436563811772030917...**

Fa uns anys que em dedico a la fotografia, i intentant trobar relacions entre la matemàtica i l'art n'he trobades infinites, però el nombre d'or i la proporció àuria, no només són presents en l'art, sinó també en la natura, en són els protagonistes de l'atractiu de les matemàtiques aplicades. Per això, he triat aquest tema, perquè em permet assolir els objectius d'aquest treball.

- És específicament matemàtic i complet, ja que permet relacionar quatre dels blocs de continguts de secundària (numeració i càlcul, espai i forma, canvi i relacions i mesura).
- Afavoreix la interdisciplinarietat en l'aula.
- Permet integrar i aprofundir en el que he après a les diferents assignatures del màster, tant de fonaments, com de modalitat.
- Permet proposar nous recursos per a la pràctica professional que puc realitzar amb qualitat gràcies a l'experiència adquirida en les pràctiques.

Tant valorant aspectes estudiats durant el màster com de la pròpia experiència personal, arribo a la conclusió de que cal **innovació, contextualització i motivació en la didàctica de les Matemàtiques**, i tot l'univers relacionat amb el nombre d'or i la proporció àuria ens permet mostrar als nostres alumnes que nosaltres també podem parlar de temes interessants i curiosos.

També es tracta d'un tema que compagina perfectament amb l'ensenyament transversal de les matèries. Si observem la naturalesa, ja sigui la terra, el cel, el mar o el firmament, veiem que el món en el seu conjunt és una obra harmònica i bella, proporcionada en grandària i agradable als sentits<sup>1</sup>. Si ens fixem com es construeix el món natural veiem una multitud de proporcions i pautes que estan íntimament lligades amb el nombre d'or, la secció àuria, i la successió de Fibonacci. Una correspondència ben notable és la relació entre aquesta i

---

<sup>1</sup> Extret de [www.digits.cat/colaboracions/harmonia-de-les-formes](http://www.digits.cat/colaboracions/harmonia-de-les-formes)

l'espiral d'or amb les plantes. Per exemple, certes flors tenen un nombre de pètals que solen ser termes d'aquesta successió: 3 pètals, 5 o bé 8, i fins i tot els girasols solen comptar amb 13, 21, 34, 55 o bé 89 pètals.

Per altra banda, un dels primers que va utilitzar el nombre d'or va ser Pitàgores i els seus estudis van tenir una gran influència sobre Leonardo da Vinci i Durer en les seves obstinacions per a trobar bases matemàtiques de dissenys plàstics, arquitectònics i, fins i tot, en les proporcions de la figura humana. Tot això permet que es pugui dotar d'una gran informació històrico-cultural als nostres alumnes.

El fet de portar a l'aula activitats relacionades amb altres matèries, no només té l'interés de que els alumnes aprenguin interdisciplinàriament, sinó també per a que canviï la idea globalitzada de que les matemàtiques són allò que no té relació amb el món, vers tot el contrari.

Seria molt interessant que es treballés cooperativament amb altres professors, així com poder dur a terme realment un ensenyament basat en l'assoliment de les competències bàsiques dels alumnes, però soc conscient de la dificultat que suposa qualsevol canvi en la societat i en particular, en un tema tan delicat com n'és l'educació. La realitat en el centre de pràctiques s'allunya força de la realitat teòrica. Per això, la meua proposta és que almenys en una sessió del curs, es presenti el nombre d'or, amb una estratègia de treball diferent.

El que presento són cinc sessions, situades per continguts en cursos, (tres d'ESO i dues de Batxillerat) per a treballar competencialment a l'aula.

Principalment, estan pensades per fer fora de tema, i que serveixin per a recuperar conceptes fets prèviament (per evitar un ensenyament lineal i dur a terme un ensenyament cíclic i constructiu en el que els conceptes es van relacionant). M'he adonat durant les pràctiques realitzades, que hi ha dies entre tema i tema en el que pots presentar una activitat competencial, o abans de vacances un cop s'han fet els examens, o algun divendres en la tarda que els alumnes estan més cansats, etc. Algun d'aquests dies, qualsevol docent podria usar alguna de les sessions que he dissenyat. O utilitzar-les incloses dins dels temes curriculars.

Aquest TFM em permet aportar una sèrie de recursos (la majoria propis) organitzats en sessions, a la pràctica professional i la innovació educativa i aprofundir en un tema motivador per a mi, motivador pels alumnes i amb un altíssim grau d'interés didàctic, matemàtic i transversal.



## 2. PROCEDIMENT DUT A TERME

He vist durant la realització del Pràcticum i m'he adonat, parlant amb diferents professionals, que moltes vegades, els professors de matemàtiques tenen ganes d'explicar continguts entendibles, d'una manera atractiva i interactiva, però tot i l'abundància de recursos digitals, la preparació i l'adaptació d'aquests suposen temps i feina, ambdós valors escassos.

No sols això, sinó que ara també escasegen els recursos en els centres (paper, internet). I també hi ha moltes reticències tant per part dels alumnes, com de companys de departament, com de famílies davant metodologies innovadores, amb el que la posada en pràctica d'activitats competencials es fa difícil.

Però tot i els inconvenients, sens dubte, és necessari presentar als alumnes activitats noves i interdisciplinàries, per això volia centrar el meu treball en aquest aspecte.

Al principi pensava en realitzar-lo sobre la dicotomia matemàtica-art o sobre la visualització de les matemàtiques en les aules, però eren temes carents de concreció i suposaven més un tema d'investigació que no pas un tema en el que articular els coneixements adquirits durant el Màster. Així que em vaig decidir pel **nombre d'or i la proporció àuria** en l'aula, que em permetia a la vegada fer una proposta pràctica en quant a la integració de coneixements apresos aquest curs i interessant en quant a la innovació en la didàctica de les matemàtiques.

Primer, vaig fer tot un procés d'investigació per a familiaritzar-me amb el tema. Una vegada coneixia amb més detall el món auri, vaig buscar la concreció curricular en la que podia situar els diferents aspectes que es podrien tractar.

Així, vaig començar a dissenyar les sessions, tenint en compte primordialment les competències bàsiques. He intentat que la posada en pràctica de les sessions que proposo, aportin a l'aula, entre altres aspectes:

- L'ús de recursos informàtics: vídeos, Geogebra...
- L'ús de material manipulatiu: cintes mètriques, cartolines...
- La redacció, lectura i comprensió i expressió oral
- La relació de les matemàtiques amb altres matèries
- La relació del tema amb diferents blocs matemàtics
- L'atenció a estils d'aprenentatge diferents i el treball en grup
- La motivació dels alumnes en la classe de matemàtiques
- L'interès per aprendre
- Impuls a la creativitat i culturització dels alumnes

Així que he buscat i dissenyat nombrosos recursos, he recuperat totes les lectures recomenades durant aquest curs i he recollit les anotacions preses tant en conferències com en les classes, per a finalment, sintetitzar-ho tot metodològicament per a presentar-ho de la manera més clara possible.

### 3. MARC LEGAL

#### MARC LEGAL A L'ESO

1. L'ordenació curricular de l'Educació Secundària Obligatòria<sup>2</sup> estableix la necessitat de plantejar com a finalitat educativa, la millora de les capacitats de les persones per poder actuar adequadament i amb eficàcia. Com consta en l'Annex 1 d'aquest Decret, l'objectiu principal de l'educació és aconseguir que els nois i les noies adquireixin les eines necessàries per entendre el món en què estan creixent i que els guiïn en el seu actuar. Això fa que sigui imprescindible centrar el currículum en les **competències bàsiques** per aconseguir, en primer lloc, integrar els diferents aprenentatges tot impulsant la transversalitat dels coneixements.

Moltes vegades, l'ensenyament de les matemàtiques està dirigit cap als estudis superiors, deixant de banda aspectes que poden resultar més importants, sobretot per aquells alumnes que no volen continuar estudiant. L'article 59 de la LEC 12/09<sup>3</sup> fa referència a l'ESO i contempla que aquesta s'ha d'orientar a l'adquisició de les competències bàsiques i ha de facilitar la incorporació dels alumnes als estudis posteriors tant com a la vida adulta i el desenvolupament de l'aprenentatge al llarg de la vida, sensibilitat artística i creativa, el treball individual i en equip, entre altres aspectes.

Per això, com ja he dit, la finalitat principal de les sessions semi-curriculars que proposo, és contribuir a aquest desenvolupament a partir de diferents continguts matemàtics associats al curs corresponent.

Com consta el Currículum<sup>2</sup>: “La finalitat central de cadascuna de les matèries curriculars és el desenvolupament de les competències bàsiques, tot tenint en compte que cadascuna de les matèries contribueix al desenvolupament de diferents competències i, a la vegada, cada una de les competències bàsiques s'assolirà com a conseqüència del treball en distintes matèries”.

La meua proposta es basa en les competències de la manera següent:

- **Competència matemàtica:** l'ordenació curricular indica que assolir la competència matemàtica implica pensar i raonar matemàticament, interpretar informació amb contingut matemàtic i utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques, entre altres. Per això, en les sessions dissenyades, es fomenta l'anàlisi, la interpretació, el raonament i l'argumentació sobre aspectes matemàtics i de l'entorn.
- **Competència comunicativa lingüística i audiovisual:** les matemàtiques contribueixen a aquesta pel simple fet de ser un llenguatge específic. I per a argumentar, comparar és fonamental l'ús de la llengua. L'aspecte audiovisual també és important. A cada sessió intento incloure-hi lectura,

<sup>2</sup> Currículum de l'ESO. Annex 1 Decret 143/2007 DOGC. Núm: 4915

<sup>3</sup> Article 59, Capítol II, Títol V. LEC 12/09 DOGC. Núm: 5422

visualització de vídeos i imatges, treball cooperatiu, etc.

- **Competència artística i cultural:** es mostra la relació entre la proporció àuria i l'art, la importància del nombre d'or en la cultura, etc. Es fomenta la llibertat creativa dels alumnes en varis dels treballs a fer.
- **Tractament de la informació i competència digital:** en tota sessió s'usa la xarxa, el geogebra, o programes informàtics d'edició de text, etc.
- **Competència d'aprendre a aprendre:** per aprendre matemàtiques cal desenvolupar capacitats com la presa de decisions i el sentit crític, la creativitat i la sistematització. En totes les sessions, s'intenta que l'alumne desenvolupi l'autoaprenentatge i l'autoavaluació i es tracta el tema des de diferents aspectes matemàtics per a fomentar un ensenyament constructiu.
- **Competència d'autonomia i iniciativa personal:** en les activitats disenyades s'incentiva la capacitat creativa i de decisió de l'alumne .
- **Competència en el coneixement i la interacció amb el món físic:** les matemàtiques són un instrument d'anàlisi de la realitat. En la meua proposta, s'ensenya l'estreta relació entre el nombre d'or i la naturalesa i altres aspectes de la societat. S'explica el context històric i la importància del tema presentat en el món en què vivim.
- **Competència social i ciutadana:** cada sessió conté alguna activitat a realitzar en grup cooperativament.

2. Per altra banda, he intentat tenir present que el currículum de l'ESO<sup>4</sup> s'orienta a la consecució, entre altres, dels objectius següents:

- Desenvolupar la personalitat, les aptituds i les capacitats generals dels alumnes perquè adquireixin les competències i assoleixin el domini dels continguts que es determinin.
- Capacitar els alumnes per a comprendre llur entorn i aconseguir que assoleixin el coneixement de les característiques socials, culturals, artístiques, ambientals i històriques d'aquest.
- Capacitar els alumnes per a l'ús de les noves tecnologies i aconseguir que adquireixin bones habilitats comunicatives.
- Permetre una organització flexible que faci possible una educació inclusiva.

3. Pel que fa als drets dels alumnes<sup>5</sup>, entre altres, aquests tenen el dret a rebre una educació integral i de qualitat, que estimuli les seves capacitats i que incentivi i valori l'esforç i el rendiment. També a ser educats en el discurs audiovisual. I les famílies<sup>6</sup> gaudeixen del dret de participar activament en l'educació de llurs fills.

---

<sup>4</sup> Article 52, Capítol I, Títol V. LEC 12/09 DOGC. Núm: 5422

<sup>5</sup> Article 21, Capítol II, Títol III. LEC 12/09 DOGC. Núm: 5422

<sup>6</sup> Article 25, Capítol III, Títol III. LEC 12/09 DOGC. Núm: 5422



Basant-me en això, pot ser interessant fer alguna activitat en la classe de matemàtiques que puguin compartir els alumnes amb la seva família i oferir-les la possibilitat de poder transferir nous coneixements als seus pares.

Tot i la visió dels nens:



Font: ambientescolaborativosdml.pbworks.com

4. Pel que fa a la feina del docent, aquest té el dret i el deure<sup>7</sup> de mantenir-se professionalment al dia i exercitar la millora contínua de la pràctica docent. I l'article 104 de la llei 12/09<sup>8</sup> que tracta de la funció docent, disposa que aquesta consisteix, entre altres tasques a contribuir, en col·laboració amb les famílies, al desenvolupament personal dels alumnes en els aspectes intel·lectual, afectiu, psicomotor, social i moral, promoure activitats complementàries, utilitzar les tecnologies de la informació i comunicació...

Crec que la meua proposta pot ser útil per a la formació contínua del professor i d'ajuda en la seva tasca.

5. Pel que fa a l'ensenyament de les matemàtiques, els processos i actituds que cal desenvolupar de manera general en tots els cursos de l'ESO<sup>9</sup> i que han condicionat la planificació de les meves sessions són:
  - Connexions entre els diferents blocs de matemàtiques i amb altres matèries, així com l'organització del pensament matemàtic.
  - Comunicació del pensament matemàtic propi a companys i professors i contrast amb el dels altres.

Confiança en les capacitats pròpies per usar relacions matemàtiques i flexibilitat en la cerca de solucions i millora de les proposades.

<sup>7</sup> Article 29, Capítol IV, Títol III. LEC 12/09 DOGC. Núm: 5422

<sup>8</sup> Article 104, Capítol I, Títol VIII. LEC 12/09 DOGC. Núm: 5422

<sup>9</sup> Currículum de l'ESO. Decret 143/2007 DOGC. Núm: 4915

## MARC LEGAL AL BATXILLERAT

1. L'Article 61 de la LEC 12/2009 (DOGC Núm. 5422) fa referència al Batxillerat i consta que aquest té per finalitat habilitar als alumnes per a l'aprenentatge permanent i l'adquisició de les competències pròpies i específiques de la modalitat cursada.

En aquesta etapa es contempen sis competències bàsiques<sup>10</sup>, que continuen el desenvolupament de les competències de l'ESO. En el batxillerat, cada matèria posseeix una apistemologia pròpia, però també és cert que totes les disciplines desenvolupen directa o indirectament un conjunt de competències de caràcter transversal o comú. Per tant, com ja he esmentat en l'apartat anterior, les activitats presentades es basaran en el rendiment competencial dels alumnes. En les sessions dissenyades per aquesta etapa focalitzo les competències generals de la manera següent:

- **Competència comunicativa:** es treballa el llenguatge oral i escrit ja que és imprescindible per a explicar, argumentar, comunicar, contrastar, etc.
- **Competència en recerca:** en ambdues sessions s'incentiva la capacitat de l'alumne de gestionar informació nova, de ser creatiu, de prendre decisions, etc. També el tema que presento es pot suggerir com a treball de recerca.
- **Gestió i tractament de la informació:** en les dues sessions els alumnes han de ser capaços d'interpretar informacions procedents de fons diverses (vídeo, lectura, etc.) i transformar-la en coneixement.
- **Competència digital:** es proposen activitats d'aprenentatge en les que l'alumnat emprà l'ordinador (xarxa i programes) i la calculadora.



Font: bertamares.blogspot.com

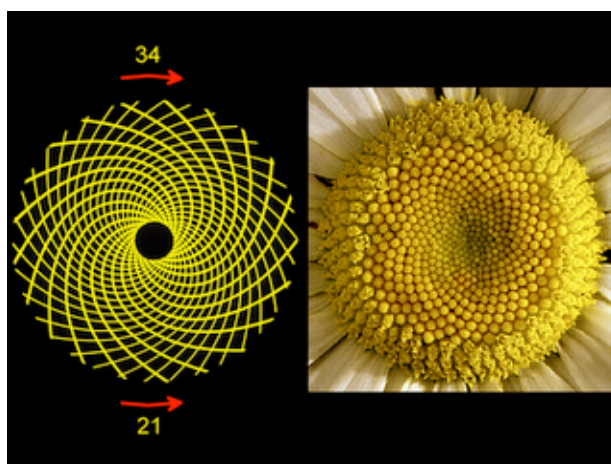
- **Competència personal i interpersonal:** es cultiva la intel·ligència emocional i la capacitat de treballar cooperativament.

<sup>10</sup> Currículum del Batxillerat. Decret 142/2008 DOGC. Núm: 5183

- **Competència en el coneixement i interacció amb el món:** es treballa de manera anàloga que en l'ESO, donat que el tema és el mateix.
2. Les dues sessions dissenyades per a cursos de Batxillerat, tant es poden utilitzar en la modalitat de Ciències i Tecnologia com en la de Ciències Socials, ja que les competències específiques de matemàtiques i matemàtiques aplicades i el context curricular necessaris per a cada sessió coincideixen.
  3. Com indica l'ordenació curricular d'aquesta etapa<sup>11</sup>: “Un cop superada la fase més instrumental, que prioritza l'aprenentatge d'uns certs continguts fonamentals per a la vida en la nostra societat, la formació en l'ensenyament secundari prioritza la formació humana i creativa dels alumnes, així com el seu pensament crític”.

És important no deixar de banda l'aspecte formal de les matemàtiques en la didàctica en l'etapa secundària postobligatòria, però sí que es pot treballar aquesta des de situacions contextualitzades. Les nombroses propietats del nombre d'or, aquest com a límit de vàries successions, l'espiral logarítmica, etc. són continguts que poden usar-se per a connectar diferents àrees de les matemàtiques i contribuir a l'aprenentatge significatiu del alumnes. També és un tema que permet fàcilment fer connexions amb altres matèries com història, ciències naturals o dibuix tècnic.

A més, el Decret exposa que cada alumne/a ha de tenir l'oportunitat de posar en acció el coneixement adquirit en la resolució de problemes que representin un repte per a ell, problemes actuals o històrics però culturalment significatius, situacions no aïllades que tenen un reflex sobre el seu món, que requereixen tractaments heurístics i que faciliten la interpretació de la realitat.



Font: [simple-natural.blogspot.com.es](http://simple-natural.blogspot.com.es)

<sup>11</sup> Currículum del Batxillerat. Decret 142/2008 DOGC. Núm: 5183

## 4. MARC TEÒRIC

En aquest apartat, tractaré tres aspectes: **les matemàtiques, l'alumne i la societat**. Amb aquests relacionaré els continguts apresos en el Màster i justificaré la necessitat d'incloure el nombre d'or en la didàctica de les matemàtiques, complementant la secció anterior.

### LES MATEMÀTIQUES

En l'ensenyament de les matemàtiques crec que encara es fomenta massa l'aprenentatge memorístic dels alumnes, sobretot a aquells que tenen més dificultats. Basant-me en l'experiència en quatre centres amb els que he estat en contacte, en articles d'actualitat i en l'opinió d'heterogenis coneguts, crec que no brindem als joves l'oportunitat de rebre un aprenentatge significatiu de la nostra matèria, i penso que això és un greu error. Com diu un proverbi xinès que m'agrada molt:

***“Qui escolta un concepte, l'entén;  
Qui el veu, el recorda;  
Qui el practica, l'aprèn.”***

La informació es transmet i el coneixement es construeix. El meu treball es mou en aquesta línia, i com l'ensenyament constructivista suposa molta feina i esforç, espero que aquest TFM serveixi per incentivar i facilitar a altres professors a posar-ho en pràctica.

Per a començar, cal tractar totes les àrees de les matemàtiques d'una manera transversal. Cal mostrar als alumnes la relació entre la geometria, l'àlgebra, l'aritmètica, etc. i anar recuperant conceptes estudiats, no fer tema darrera tema deixant que s'oblidi l'anterior sinó dur a terme un ensenyament cíclic. Però no només és important la intradisciplinarietat dins de la mateixa matèria, sinó també la interdisciplinarietat entre matèries.

L'article “*Competencias profesionales del profesor de matemáticas*” (Poblete y Díaz, 2003) presenta una forma d'avaluar la competència professional del professor de matemàtiques. Així, contempla com a competències generals l'habilitat per aplicar coneixements disciplinars, per innovar i indagar en el procés d'ensenyament-aprenentatge, per adaptar-se i actualitzar-se, també la capacitat per propiciar un ambient favorable per a l'aprenentatge de les matemàtiques, etc. Com a competències especialitzades exemplifica la capacitat per assumir noves exigències curriculars, metodològiques i tecnològiques, la capacitat per connectar àrees de desenvolupament de la matemàtica i la seva relació amb altres disciplines, etc.

Això té uns inconvenients clars, al marge de la personalitat de cada docent, que són: la manca de temps, la dificultat d'organitzar activitats conjuntes amb altres professors i la problemàtica de l'avaluació.

Per això proposo un tema que permet fàcilment la innovació en la classe de matemàtiques i la connexió amb altres matèries, i que el seu plantejament aportés al màxim facilitar o disminuir les traves esmentades. Aquestes sessions, que ja estan preparades, permeten visualitzar i relacionar aspectes matemàtics, l'ús de recursos educatius innovadors i eines informàtiques, la cooperativitat, l'interés dels alumnes, etc.

Això en quant a l'aportació a la competència professional del docent.

En quant a la competència de l'estudiant, per a preparar la meua proposta didàctica, he intentat respondre amb "molt d'acord" a les preguntes proposades pel Creamat<sup>12</sup> com a indicadores de la riquesa competencial d'una activitat:

<b>Pel que fa al plantejament, és interessant preguntar-se</b>	<b>Molt d'acord</b>	<b>Bastant d'acord</b>	<b>D'acord</b>	<b>Poc d'acord</b>	<b>Gens d'acord</b>
És una activitat que té per objectiu respondre una pregunta? La pregunta pot referir-se a un context quotidià, una regularitat o fet matemàtic.					
Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?					
Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?					
És una activitat que es pot desenvolupar de diferents formes i estimula la curiositat i la creativitat de l'alumnat?					
Implica l'ús d'instruments diversos com ara material que es pugui manipular, eines de dibuix, calculadora, etc?					

No ho he analitzat activitat a activitat sinó que he tingut en compte que la sessió completa reunís els diferents objectius.

La intenció és que l'ensenyament de les matemàtiques no es presenti rígid, formulístic i aliè al món sinó que es basi en la investigació, el raonament i es mostrin aplicades al context real de l'alumnat.

## L'ALUMNE

Per començar, cal tenir present les característiques biològiques i emocionals dels alumnes durant l'Educació Secundària. Moltes vegades exigim un rendiment i una concentració que són rebutjats i substituïts pel desinterés vers l'assignatura. Els adolescents estan en una etapa molt delicada de canvis i nous coneixements, i és necessari incrementar l'atractiu de les tasques per a

<sup>12</sup>[http://phobos.xtec.cat/creammat/joomla/images/stories/documents/indicadors\\_competencials.pdf](http://phobos.xtec.cat/creammat/joomla/images/stories/documents/indicadors_competencials.pdf)

que hi posin ganes d'aprendre. Tots aquests canvis esdevenen amb una intensitat i un ritme diferents en cada individu.

Per altra banda, cada alumne té un estil d'aprenentatge, i com a docents, hauríem de tenir present la teoria de les intel·ligències múltiples de Gardner<sup>13</sup>. Actuar de diferents maneres i usant diferents llenguatges ens ajudarà a conèixer l'estil de cada alumne i la seva capacitat de processament de la informació. Tot això ens ajudarà a que l'alumnat desenvolupi la metacognició, objectiu important per al desenvolupament de la personalitat i primordial en l'educació.

Per tant, cal ser acurats en presentar la informació mitjançant diferents estratègies i proposar activitats en la variabilitat de tipologia alternatives al inevitable fer rutinari. Cal considerar, d'acord amb Vigotski<sup>14</sup>, que aprendre és inseparable de l'experiència social, emocional i física, aleshores, fer activitats en les que puguin desenvolupar habilitats socials, d'admiració o desenvolupar la sensibilitat artística pot contribuir a l'aprenentatge dels joves.

De "*Motivación y aprendizaje en el Enseñanza Secundaria*" de J.Tapia<sup>15</sup> he après que la motivació dels alumnes s'aconsegueix valorant a l'alumne. És important proveir-li èxits, ajudar-lo a que ell mateix trobi la resposta i que valori la satisfacció que produeix aprendre. Això fa que augmenti l'autoestima dels nostres alumnes i en conseqüència, que mostrin més interès. Despertar la curiositat i mostrar la rellevància del que s'ensenya també és important, per això és interessant proporcionar relacions interdisciplinàries en els continguts que s'expliquen, contextualitzar-los, i no condicionar l'ensenyament de les matemàtiques a la monotonia.

Els professors, hauríem d'intentar dur a terme pautes d'actuació amb les quals poder millorar la motivació dels joves per a **aprendre** i que aquestes estiguin fonamentades en la transmissió de coneixements actuals. El que es fa a l'aula pot o sol influir en la seva autoestima, molt baixa, en general, respecte a la nostra matèria. Per tant, és de la nostra responsabilitat ser capaços de millorar l'autoconcepte de estudiant de matemàtiques i mostrar als alumnes que sí les poden entendre i fins i tot disfrutar-les.

## LA SOCIETAT

Treballar en grup també pot influir a un augment d'autoestima i motivació dels alumnes. El treball en equip és fonamental per a que es desenvolupin competències primordials com les comunicatives, les personals o les de conviure i habitar el món. Tot i això, aquest és un aspecte molt delicat de la gestió de l'aula. El professor ha de ser molt cuidados alhora de posar en pràctica el treball cooperatiu per a que tot alumne pugui maximitzar les seves capacitats. El grup classe adquireix una importància molt particular en els

<sup>13</sup> Gardner, H. (1993). *Inteligencias múltiples*. Barcelona: Paidós.

<sup>14</sup> Citat per Wertsch, J.V. (1988). *Vygotsky y la formación social de la mente*. Bcn: Paidós.

<sup>15</sup> Alonso Tapia, J. (2000). *Motivación y aprendizaje en la Enseñanza Secundaria*.

adolescents, en el que tenen uns rols determinats, i s'ha d'intentar evitar que aquests infereixin negativament en el seu aprenentatge.

Les activitats incloses en la meua proposta didàctica que contemplen el treball en grup, suposen ser realitzades a partir d'una agrupació heterogènia organitzada pel professor expressament per a tal activitat, encara que per suposat, això queda en plena llibertat de decisió de cada docent i condicionat a cada situació particular. Igualment, les sessions estan dissenyades per a un cert "alumne estàndard" i cada professor haurà d'ajustar-les a les diferències individuals en el context de la diversitat educativa per a poder proporcionar el currículum òptim a cada alumne i garantir una ensenyament de qualitat, que és aquell que serà capaç d'atendre a la diversitat<sup>16</sup>.

L'atenció a la diversitat és un aspecte molt rellevant en el Currículum i en la majoria de documents que parlen de l'educació, però lamentablement, complicadíssim de realitzar. M'enrecordo de la capçalera d'un article titulat "*Organizar la diversidad*"<sup>17</sup> que posava: "*Flexibilidad y diversificación del proyecto de centro y del currículo, permeabilidad e innovación en la práctica docente y trabajo cooperativo entre profesorado y alumnado son algunas de las claves para acabar con la homogeneidad imperante y, a la vez, aparente en las escuelas actuales*". Una introducció que no et deixa indiferent i que et convida a llegir-te l'article, amb l'esperança d'obtenir-ne el truc. Però just començar diu: "*El discurso sobre la diversidad, las teorías mejor elaboradas, los deseos más fundados de atenderla, los mejores propósitos se estrellan muchas veces contra las estructuras en las que se encarnan las prácticas*".

Per altra banda, aquest document comprèn dos punts que considero importants en l'educació i que han estat importants per a l'elaboració d'aquest treball.

- **Creativitat:** Santos troba "*escalofriante*" la homogeneïtat amb la que es reproduïxen les pràctiques professionals a les escoles, tant fent referència als anys com a la homogeneïtat entre escoles. També diu el següent:
- **Flexibilitat:** La rigidesa és el càncer de les institucions, impedeix realitzar canvis i adaptacions amb el ritme i la profunditat convenients. Encara que es vegi conceptualment la necessitat d'innovar, la rigidesa no ho permet.

Segons la meua experiència recent en el sistema educatiu català, trobo que les programacions d'aula són bastant innovadores, els equips docents debaten propostes pel desenvolupament per competències i els professors que conec usen metodologies bastant adaptades als nens d'avui, tot i la manca de recursos i de temps, i és una tautologia que els grans canvis són lents.

I està clar, que si volem que la societat del futur sigui millor, ho hem de fer des de les escoles. Per això, he centrat molt la meua proposta en canviar la imatge de les matemàtiques i en promoure la creativitat dels alumnes, tant important per a la innovació en qualsevol camp i en el progrés.

---

<sup>16</sup> Solé i Coll (1993) *Los profesores y la concepción constructivista*. Barcelona: Graó.

<sup>17</sup> Santos Guerra, M.A. (Marzo 2002) *Organizar la diversidad*. Cuadernos de pedagogía.

## 5. AVALUACIÓ

En quant a l'avaluació dels alumnes, l'article esmentat abans de Poblete i Díaz, inclou com a competència del professor de matemàtiques, la capacitat per a utilitzar formes actualitzades en l'avaluació.

L'avaluació competencial de l'alumnat, és tal vegada un dels aspectes més difícils de la professió de docent. Per dir això, em baso en l'assignatura "Avaluació i Innovació" i en la pròpia experiència durant el Pràcticum.

Per exemple, en les programacions d'aula de l'IES Miquel Biada s'hi especifica l'ús de diferents formats per a avaluar de manera contínua a l'alumnat. En les d'ESO, s'exigeix l'avaluació formativa, l'ús de diferents instruments d'avaluació sumativa i els criteris d'avaluació corresponen als següents tipus de continguts:

- 70% conceptes
- 20% procediments
- 10% actitud

Les programacions de Batxillerat constaten que l'avaluació de la matèria de matemàtiques és continuada. S'indica que la nota final s'ha de basar en el treball i en l'esforç del dia a dia i la participació activa a classe, des del començament fins al final de curs i que el progrés de l'alumnat s'haurà de mesurar a través d'activitats integradores, en què s'hagin de triar els coneixements, les destreses i les actituds més adients per a resoldre-les, en què l'alumnat hagi de construir la seva pròpia resposta, defensar el procés que ha emprat en la resolució i demostrar actituds de rigor, creativitat intel·lectual, cooperació i solidaritat.

A partir d'aquest exemple concret, veiem que cal introduir diferents tipologies d'exercicis i estratègies en l'avaluació i la importància de valorar activitats en les que alumnes treballen en equip, en les que han de buscar informació, en les que han de relacionar conceptes explicats anteriorment, etc.

La meua proposta ofereix cinc sessions soltes dins d'un curs sencer i amb diferents activitats, per això, cada professor les avaluarà dins del context concret i donant-li la ponderació que cregui adient. Però a continuació suggereixo possibles actuacions a tenir en compte:

- Després de cada sessió proposada, es fa omplir un full d'autoavaluació (ANNEX 1). En aquest, els alumnes hauran de ser responsables per a respondre a preguntes sobre el què han après, què millorarien, etc. Promoure l'autoavaluació dels alumnes en l'aula és molt important, no sols per les capacitats que han de desenvolupar per a tal (reflexió, expressió, comunicació, esperit crític, responsabilitat, participació, etc), sinó també per a que el professor sigui conscient de les necessitats, l'opinió i la valoració de l'alumnat en el procés d'ensenyament-aprenentatge. També és interessant promoure l'avaluació entre alumnes en el treball en grup. Aquest, es pot usar com a part de l'avaluació de l'alumne o solament com a ajuda pel professor.



- Es pot utilitzar el tema presentat per a que facin un treball complementari, individual o en grup, que inclogui continguts de diferents matèries i que serveixi per a l'avaluació de les diverses assignatures.
- Cadascuna d'aquestes sessions pot servir per a avaluar l'interés, la participació de l'alumnat, el rigor, la precisió en els càlculs, la presentació, la capacitat de treballar en grup, etc. I en particular, de cada sessió es pot valorar el següent:

MESURA	1r/2n ESO	- Cura dels materials - Precisió en la mesura
PROPORCIONALITAT	2n/3r ESO	- Visió i pràctica geomètrica - Precisió i rigor
INCÒGNITA	3r/4t ESO	- Domini llenguatge algèbric - Capacitat de síntesi - Domini de les TIC
FIBONACCI	4t ESO/1r BATX	- Capacitat de síntesi i organització - Capacitat de deducció - Creativitat i originalitat
LÍMIT	1r BATX/2n BATX	- Capacitat d'abstracció - Domini llenguatge matemàtic

De totes maneres, en l'explicació de cada sessió detallo la meua proposta d'avaluació per a cadascuna de les activitats.

- Com exposa el Currículum del Batxillerat, l'avaluació ha de ser contínua i la qualificació ha de ser diferenciada segons les matèries del currículum, entre les quals s'ha d'incloure una recerca feta per l'alumne o alumna. Com ja he dit abans, es pot suggerir el nombre d'or, la proporció àurea, l'espiral logarítmica, etc. com a treball de recerca, donat que es tracta d'un tema motivador i visual del camp de les matemàtiques.

L'autoavaluació i l'avaluació entre alumnes, són instruments molt poc utilitzats en la pràctica educativa i són alternatives bàsiques per a l'avaluació per competències, i en conseqüència, per a l'ensenyament competencial dels nostres alumnes. Si volem innovar en la didàctica de les matemàtiques, és imprescindible incidir en l'avaluació i en nous formats per a aquesta.

### UNA ESCUELA ALTERNATIVA



Font: e-pol.com.ar

## 6. METODOLOGIA - GESTIÓ DE L'AULA

Com diu Santos en l'article ja esmentat, és precís potenciar la creativitat per a adaptar la metodologia a cada fase del procés educatiu. Si la capacitat, el coneixement previ, els interessos i l'estil cognitiu de cada alumne són diferents, serà precís adequar la metodologia per a l'aprenentatge.

Les sessions que presento permeten flexibilitat a l'estil individual de cada professor, encara que caldrà la seva adequació a cada situació concreta: grup-classe, centre, dia i hora, etc. Però sí que cal que es segueixin unes pautes necessàries per a que s'assoleixin els objectius fonamentals de cada sessió.

Reprement el document del Creamat dels indicadors competencials:

### **En la gestió de cada sessió, és interessant preguntar-se**

- *És fomenta l'autonomia i la iniciativa de l'alumnat?*
- *S'intervé a partir de preguntes adequades més que amb explicacions?*
- *Es posa en joc el treball i l'esforç individual però també el treball en parelles o en grups que porta a parlar, argumentar, consensuar, etc.?*
- *Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?*

Crec que en aquestes sessions s'hauria de posar especial èmfasi en:

- **Desenvolupament de pautes de socialització**

És necessari treballar la motivació i favorèixer un clima emocional positiu en l'aula per a garantir l'ordre i el respecte. Treballar d'una manera diferent suposa un increment de feina en la prevenció de conflictes. El professor s'haurà d'organitzar i gestionar la disciplina per a no transformar l'àmbit necessari per a l'aprenentatge significatiu i competencial en una sessió en que els alumnes fan el que volen.

- **Desenvolupament de l'autoestima i la identitat individual**

Cal motivar l'alumnat amb el llenguatge, fomentar que expressin les seves argumentacions i construir coneixement sobre els seus errors.

- **Autoeficiència, protagonisme i responsabilitat**

Suggerències:

- A l'inici de la sessió, cal presentar el que es farà i el seu context curricular.
- Després d'explicar les activitats, els materials necessaris i l'organització dels alumnes, cal explicar el seu perquè i la seva avaluació.
- Relacionar el que es fa amb altres temes matemàtics i d'altres matèries.
- Al finalitzar la sessió, demanar la valoració dels alumnes.

## 7. SESSIONS

A continuació, es presenten les cinc sessions dissenyades. Aquestes estan emmarcades en un context curricular a partir de l'especificació concreta dels Currículums d'ESO i Batxillerat<sup>18</sup>, pel que no faré referència a la concreció curricular en cada sessió.

### MESURA

**SITUACIÓ CURRICULAR: 1r ESO / 2n ESO (adaptat)**

**CONTINGUTS:** Fraccions, proporcions, nombres decimals, mesura, geometria

**MATERIALS:**

- Ordenador i projector per a veure el vídeo següent:  
<http://www.youtube.com/watch?v=I-PSF6shTAo&feature=relmfu>
- Targetes i carnets (tants com alumnes)
- Cintes mètriques i si es prefereix, també regles



**TEMPORITZACIÓ:**

- (15 - 20 min) Es presenta el tema i es passa el vídeo següent:  
<http://www.youtube.com/watch?v=I-PSF6shTAo&feature=relmfu>  
Del minut 2:15 al 7:20 parla de fraccions, música i història (Optatiu).  
Del minut 7:20 al 13:20 fa referència a la proporció àuria i la geometria.
- (10 min) ACTIVITAT 1: Els alumnes s'agrupen en parelles i es reparteixen els carnets i les targetes (dos o més per parella) que ha portat el professor, el qual ha comprovat que mantenen aproximadament la proporció àuria. Els alumnes calculen la proporció que guarden els costats, ho anoten i es comenta en veu alta, s'apunta a la pissarra, etc. Cal que es remarquin els conceptes de **proporció** i **aproximació-error**.
- (15 min) ACTIVITAT 2: Entre els dos alumnes de la mateixa parella, es medeixen les alçades dels alumnes (de peus a cap) i les mitges alçades (dels peus fins a la cintura). Cada alumne ha de calcular la proporció entre la seva altura i la seva altura mitja. Mentrestant, el professor copia

<sup>18</sup> Veure Decret 143/2007 i 142/2008 per a qualsevol dubte respecte als continguts.

a la pissarra, o a la digital, una taula a omplir amb les dades dels alumnes del tipus següent:

	Alçada (m)	Alçada mitja (m)	PROPORCIÓ alç /alç mitja
ALEIX	<b>1,79</b>	<b>1,04</b>	<b>1,7019</b>
MARIA	<b>1,63</b>	<b>0,97</b>	<b>1,6804123</b>
MIQUEL	<b>1,84</b>	<b>1,08</b>	<b>1,694</b>

Es pot fer comprovar que en centímetres la proporció és la mateixa i es recorda el **canvi d'unitats** si s'ha fet. També es pot fer referència a la idea de Leonardo da Vinci sobre la proporció àuria com a proporció perfecta de l'home adult.

- (15 min) ACTIVITAT 3: La resta de temps o a casa, els alumnes han de fer un cartell o una postal sobre el que s'ha fet o après del vídeo (es pot posar la condició de que el requadre compleixi la proporció àuria). Això fomenta la **iniciativa**, la **creativitat** i **capacitat de recerca** de l'alumne.

#### COMPETÈNCIES BÀSIQUES A DESTACAR:

- Matemàtica
- Lingüística i audiovisual (català i castellà)
- Interacció amb el món físic
- Social i ciutadana

#### AVALUACIÓ:

ACTIVITAT AVALUADA	DESCRIPCIÓ	CRITERIS	PONDERACIÓ
ACTIVITAT 1	Treball manipulatiu en parelles	- Cooperació - Riquesa i pertinença de les observacions fetes - Cura dels materials	% corresponent a una sessió en quant als procediments i l'actitud a l'aula
ACTIVITAT 2	Treball de mesura en parelles	- Cooperació - Comprendre els processos de mesura i calcular amb una precisió adequada	avaluació formativa de procediments i actitud
ACTIVITAT 3	Lliurament individual	- Creativitat/Originalitat - Coherència amb el vídeo - Presentació i puntualitat	10% de l'avaluació contínua trimestral

#### NOTES:

- Es pot presentar el tema fent referència als nombres metàl·lics com a uns nombres: "d'aquests que tenen mooolts, infinits decimals diferents, com Pi o e, però el d'or n'és el més important, com les medalles!"
- Una idea és que l'alumnat porti els carnets o targetes (no importants!), així se'ls proveeix de responsabilitat i participació. Si algú no satisfà la proporció d'or, pot usar-se per a veure el contrast en la forma.

# PROPORCIONALITAT

SITUACIÓ CURRICULAR: 2n ESO / 3r ESO

CONTINGUTS: Proporcionalitat, càlcul, geometria

MATERIALS:

- FULL\_ALUMNE\_Prop.doc (ANNEX 2)
- Un ordinador per alumne (màxim per parella) i calculadora
- Programa Geogebra i els següents fitxers<sup>19</sup>:
  - Activitat1\_Prop.ggb
  - Activitat2\_Prop.ggb
- Projector per a veure el vídeo següent:  
[http://maralboran.org/web\\_ma/videos/elnumeroaureo/elnumeroaureo.htm](http://maralboran.org/web_ma/videos/elnumeroaureo/elnumeroaureo.htm)
- FULL\_PARELLA\_Prop.doc (ANNEX 3)
- Fulls de paper (un per alumne)
- Tisores i regles per a cada parella

TEMPORITZACIÓ:

- (25 min) L'alumne treballa individualment amb un ordinador amb el programa Geogebra per a omplir el FULL\_ALUMNE\_Prop.doc (en format paper o digital). Mitjançant l'experimentació, l'alumne descobreix la definició de secció àuria i la relació d'aquesta amb el nombre d'or. També aprèn a construir un rectangle auri. Es repassa el càlcul del perímetre i àrea d'un rectangle, i el Teorema de Pitàgores.

Mou el punt Q fins que la proporció entre el segment verd (PQ) i el segment blau (QR) sigui igual a la proporció entre el segment sencer (PR) i el segment verd (PQ).

$$PQ/QR = \frac{11.124}{6.876} = 1.618$$

$$PR/PQ = \frac{18}{11.124} = 1.618$$



Es diu que PQ és la secció àuria de PR, ja que es manté la mateixa proporció entre el segment sencer i el tros gran que entre el tros gran i el tros petit. Quina és aquesta proporció?

RESPOSTA:

Aquest número té nom propi, saps com es diu?

RESPOSTA:

<sup>19</sup> Autoria pròpia inspirats en la pàgina web:  
[http://descartes.cnice.mec.es/materiales\\_didacticos/razon\\_aurea/aureo1.htm](http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/razon_aurea/aureo1.htm)

- (3 min) Es veu del minut 4:00 al minut 6:17 del vídeo:  
[http://maralboran.org/web\\_ma/videos/elnumeroaureo/elnumeroaureo.htm](http://maralboran.org/web_ma/videos/elnumeroaureo/elnumeroaureo.htm)
- (20 min) Sense els ordinadors, els alumnes s'agrupen en parelles i realitzen les activitats del FULL\_PARELLA\_Prop.doc. Entreguen un full entre els dos. Cada parella dels grup construeix dos rectangles auris iguals, tal com han fet en l'activitat 3 del document anterior (cada parella el farà de la mida que vulgui). Després se'ls intercanvien amb una altra parella (es suposa que seran diferents) i han de comprovar de tres maneres diferents que els rectangles fets per l'altra parella són auris.
- (4 min) Es veu del minut 8:40 a l'11:35 del vídeo anterior.

### COMPETÈNCIES BÀSIQUES A DESTACAR:

- Matemàtica
- TIC
- Lingüística i audiovisual (català i castellà)
- Autonomia i iniciativa personal

### AVALUACIÓ:

ACTIVITAT AVALUADA	DESCRIPCIÓ	CRITERIS	PONDERACIÓ
ANNEX 2	Treball individual (es lliura la fitxa omplerta i els tres arxius geogebra)	- Continguts de geometria - Qualitat en el temteig, l'expressió numèrica i la deducció - Agilitat digital	10-15% de la nota trimestral respecte als continguts
ANNEX 3	Treball manipulatiu en parelles / Lliurament d'un full per parella	- Organització i cooperació - Precisió de mesura, representació gràfica i manipulació de materials - Identificar relacions de proporcionalitat numèrica i geomètrica	bonificació en l'avaluació dels procediments i l'actitud en l'aula

### NOTES:

- Seria interessant realitzar aquesta sessió fora de la unitat d'àrees i perímetres, teorema de Pitàgores i proporcionalitat geomètrica per a usar-la de connexió. Si s'ha fet anteriorment, per a reprendre els conceptes i fomentar la construcció de coneixement. Si encara no s'ha vist, doncs, pot servir de precedent i remarcar que es veurà més endavant. Per això, tant es pot fer a segon com a tercer curs.
- Es pot posar el vídeo següent que relaciona la bellesa amb la proporció àuria o recomenar-lo per a que el vegin a casa (5min):  
<http://www.youtube.com/watch?v=4QuDgp1c-u8&feature=related>

# INCÒGNITA

**SITUACIÓ CURRICULAR: 3r ESO / 4t ESO**

**CONTINGUTS:** Equacions, funcions, irracionals

**MATERIALS:**

- FULL\_ALUMNE\_Incog.doc (ANNEX 4)
- Un ordinador per alumne o per parella i calculadora
- Programa Geogebra i el següent fitxer<sup>20</sup>:  
Activitat3\_Incog.ggb
- [http://www.nombredor.be/html/decimales\\_du\\_nombre\\_d\\_or.html](http://www.nombredor.be/html/decimales_du_nombre_d_or.html)
- [http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales\\_didacticos/eso/actividades/aritmetica/irracionales/metalicos2/actividad.html](http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/aritmetica/irracionales/metalicos2/actividad.html)
- Fulls DINA4, fulls DINA3 o cinta adhesiva, tissors i regles
- FULL\_PARELLA\_Incog.doc (ANNEX 5)

**TEMPORITZACIÓ:**

- (20 min) L'alumne treballa individualment (preferiblement amb ordinador) les activitats de FULL\_ALUMNE\_Incog.doc. Conté una lectura<sup>21</sup>, una activitat en la que s'ha de plantejar i resoldre **l'equació de segon grau** que determina la secció àuria i la visualització d'aquesta com a **punt de tall** de dues funcions. L'alumne s'autocorregeix usant el Geogebra. Es realitza una quarta activitat sobre **nombres metàl·lics** usant l'applet: [http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales\\_didacticos/eso/actividades/aritmetica/irracionales/metalicos2/actividad.html](http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/aritmetica/irracionales/metalicos2/actividad.html)
- (25 min) S'agrupen els alumnes per parelles i es reparteixen els fulls DIN i les tissors. Aquests realitzen les activitats manipulatives del document FULL\_PARELLA\_Incog.doc en les que han de retallar i observar propietats de **rectangles** relacionats amb **nombres irracionals**. Es remarquen els conceptes d'aproximació i precisió.
- (5 -10 min) DEURES: Es fan set grups i es mostren els següents enllaços. En aquests hi ha set aspectes relacionats amb el nombre d'or: <http://www.telefonica.net/web2/lasrotas/ficheros/Geogebra/Numero%20de%20oro%204.html> <http://www.telefonica.net/web2/lasrotas/ficheros/Geogebra/Numero%20de%20oro%203.html>  
Cada grup haurà de preparar pel proper dia una presentació d'uns cinc minuts per fer a classe sobre el tema que se li hagi estat assignat.
- El temps restant es pot projectar algun dels següents vídeos:

<sup>20</sup> Autoria pròpia inspirat en

[http://descartes.cnice.mec.es/materiales\\_didacticos/razon\\_aurea/aureo1.htm](http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/razon_aurea/aureo1.htm)

<sup>21</sup> Lectura inspirada en <http://www.digits.cat/colaboracions/harmonia-de-les-formes>

1. Tracta sobre la bellesa i l'estreta relació amb la proporció d'or:  
<http://www.youtube.com/watch?v=4QuDgp1c-u8&feature=related>
2. En anglès. Pot ser interessant fins el minut 3:30:  
<http://www.youtube.com/watch?v=03uC9bhX0Rc&feature=related>
3. En català i és bastant coherent. Té relació amb la lectura que han fet:  
<http://www.digits.cat/el-numero-dor>
4. La música és estrident, recomenaria veure sense so:  
<http://www.youtube.com/watch?v=oy5oLxyVz9s&feature=related>

### COMPETÈNCIES BÀSIQUES A DESTACAR:

- Matemàtica
- Lingüística i digital
- Artística i cultural

### AVALUACIÓ:

ACTIVITAT AVALUADA	DESCRIPCIÓ	CRITERIS	PONDERACIÓ
ANNEX 4	Treball individual i autocorrecció	- Domini llenguatge algebraic i resolució d'equacions - Nombre i qualitat de les intervencions orals	Bonificació de la nota del treball a l'aula
ANNEX 5	Treball manipulatiu en parelles i autocorrecció	- Cooperativitat - Precisió de mesura - Aplicar la geometria per a conèixer el món físic	Bonificació en els procediments i l'actitud
DEURES	Presentació a l'aula i lliurament d'un powerpoint o document (grup)/ Autoavaluació	- Coordinació i síntesi - Coherència i originalitat - Presentació, ús correcte del llenguatge i profunditat de les reflexions fetes	5% de la nota trimestral/ 30% dels procediments (trimestre)

### NOTES:

- És important que els alumnes comentin la lectura en veu alta, i que es facin les explicacions i correccions a la pissarra necessàries per aconseguir treure-li el potencial que té aquesta sessió, que relaciona el llenguatge simbòlic de funcions, la seva representació gràfica i les equacions. És molt necessària la connexió permanent entre diferents continguts matemàtics, ja que es solen fer linealment.
- També cal incidir en el significat de les coses, per exemple, que durant l'activitat 3 de la part individual es remarqui que Phi és un nombre que dona igual si l'eleves al quadrat que si li sumes 1.
- Important que facin autoavaluació del grup (exemple ANNEX 1).



# FIBONACCI

**SITUACIÓ CURRICULAR: 4t ESO (Avançat) / 1r BATXILLERAT**

**CONTINGUTS:** Nombres, successions, càlcul

**MATERIALS:**

- FULL\_ALUMNE\_Fibo.doc (ANNEX 6)
- Calculadora
- Ordinador i projector per posar el vídeo:  
[http://maralboran.org/web\\_ma/videos/fibonacci/fibonacci.htm](http://maralboran.org/web_ma/videos/fibonacci/fibonacci.htm)
- GUIA\_TREBALL\_Fibo.doc (ANNEX 7)
- Un ordinador per grup i tots els materials que hagin portat els alumnes: cartolines, regles, transportador d'angles, rotuladors, etc.

**TEMPORITZACIÓ:**

- (5 - 10 min) Es reparteix un FULL\_ALUMNE\_Fibo.doc. a cada alumne que treballarà individualment. Aquest comença amb una lectura<sup>22</sup> introductòria del nombre d'or i la realització d'una activitat de càlcul amb calculadora que condueix a la successió de Fibonacci.
- (15 min) Quan han acabat l'activitat 1 es posa el vídeo del minut 5 al 8. Aquest explica la successió de Fibonacci i alguna de les **propietats** que s'utilitzaran per a realitzar la resta d'activitats. Acaben i entreguen el full.
- (30 min) En aquesta segona part de la sessió, els alumnes en grups (preferiblement de 3 a 5, però a elecció del professor) desenvoluparan un petit treball de **recerca** sobre un dels temes proposats, que hauran d'usar d'inspiració per a la producció d'un **projecte** (un disseny, un esquema, un anàlisi, etc). Aquests hauran de buscar informació sobre el tema, destacar-ne algun aspecte i crear alguna cosa en relació, pot ser una història, un vídeo, una maqueta, una idea, i tot el que comporti. Es podria allargar fins a una altra sessió si així ho preferís el docent. Es reparteix un full GUIA\_TREBALL\_Fibo.doc per grup i els alumnes s'organitzen els materials i es distribueixen les tasques que realitzarà cadascú per a que treballin com un equip en una empresa. És molt important remarcar que l'objectiu és despertar la creativitat i la originalitat de l'alumnat, al que se li ofereix total llibertat en els medis a utilitzar.
- (6 min) Es torna a posar el mateix vídeo del minut 8:00 fins el final.

---

<sup>22</sup> Corbalán, F. (2010) *La proporción áurea*. Colección: El mundo es matemático. Barcelona: RBA.

## COMPETÈNCIES BÀSIQUES A DESTACAR:

### ESO

- Matemàtica
- Autonomia i iniciativa personal
- Social i ciutadana
- Lingüística i digital

### BATXILLERAT

- Gestió i tractament d'informació
- Recerca
- Personal i interpersonal
- Comunicativa

## AVALUACIÓ:

ACTIVITAT AVALUADA	DESCRIPCIÓ	CRITERIS	PONDERACIÓ
ANNEX 6	Lliurament individual	<ul style="list-style-type: none"><li>- Utilitzar amb soltesa la calculadora</li><li>- Identificar relacions i conjeturar hipòtesis</li><li>- Domini del llenguatge algèbric</li></ul>	5% de la nota trimestral / bonificació en l'avaluació procedimental
PROJECTE (ANNEX 7)	Treball de recerca i realització en grup	<ul style="list-style-type: none"><li>- Connexions amb el tema escollit i originalitat de la proposta</li><li>- Coordinació i síntesi</li><li>- Bona presentació i expressió clara d'argumentacions i raonaments fets</li></ul>	10% de la nota del trimestre / bonificació fins a un 10% de la nota final

## NOTES:

- Cal que s'informi de la realització del treball en la sessió anterior per a que els alumnes puguin portar tots els materials que vulguin.
- Segons l'organització que prefereixi el professor, la importància que li doni al treball i la disponibilitat de recursos (p.ex: si hi ha sols un ordinador per grup o n'hi ha un per alumne) s'adaptarà l'exigència en el resultat del treball i en la seva avaluació.
- Important que facin autoavaluació del grup (exemple ANNEX 1).
- Es podria incentivar als alumnes a explicar el treball en una emissora de ràdio local, o publicar-lo en la revista de l'institut, etc.



Font: f8fabrik.com



Font: artedinamico.com

## LÍMIT

### SITUACIÓ CURRICULAR: 1r / 2n BATXILLERAT

**CONTINGUTS:** Límits, successions, trigonometria

### MATERIALS:

- FULL\_ALUMNE\_Lim.doc (ANNEX 8)
- Un ordinador per alumne
- Projector per posar el vídeo:  
<http://www.youtube.com/watch?v=j9e0auhmxnc>
- GUIA\_ACTIVITAT\_Lim.doc (ANNEX 9)

### TEMPORITZACIÓ:

- (10 - 15 min) Es reparteix el FULL\_ALUMNE\_Lim.doc. a cada alumne (format paper o digital, preferiblement digital). Aquest full inclou dues activitats i els deures a realitzar. En el primer exercici es treballa individualment el concepte de límit d'una successió a partir de l'aproximació i es fa càlcul numèric per a consolidar i entendre la idea de límit. En la segona activitat es fa manipulació algebraica per a que l'alumne exerciti el llenguatge matemàtic. Els deures consisteixen en una breu recerca (màxim un full) sobre els fractals.
- (7min) Es posa el vídeo <http://www.youtube.com/watch?v=j9e0auhmxnc>. Aquest vídeo és d'un gran valor didàctic ja que parla de molts aspectes matemàtics i de la nostra societat. No només té un ampli contingut històric, científic i cultural sinó que també serveix per a que els alumnes autoavaluin les activitats fetes prèviament.
- (35 - 40 min) Els alumnes disposen d'un ordinador individualment. Per parelles, s'assigna un tema a un membre i un altre diferent al company. S'explica l'activitat en l'Annex 8, que proposa tres maneres de treballar: una fomenta la capacitat d'iniciativa de l'alumne i la resolució de problemes, la segona incentiva la capacitat creativa i organitzativa de l'alumnat i la tercera la competència lingüística. És important que els alumnes autoqualifiquin el treball en parella (exemple d'autoavaluació de grup en l'ANNEX 1). Es triarà l'opció més adient pel grup.

### COMPETÈNCIES BÀSIQUES A DESTACAR:

- Coneixement i interacció amb el món
- Gestió i tractament d'informació
- Recerca
- Comunicativa

## AVALUACIÓ:

ACTIVITAT AVALUADA	DESCRIPCIÓ	CRITERIS	PONDERACIÓ
ANNEX 8	Lliurament del treball fet a l'aula i del full de deures	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Saber calcular i comprendre el significat del concepte intuïtiu de límit d'una successió</li> <li>- Fer càlcul numèric i operar algebàricament amb soltesa</li> <li>- Expressió, qualitat i puntualitat en la tramesa</li> </ul>	<b>Opció 1:</b> activitats 1 i 2 autoavaluades amb el vídeo / deures bonificació en actitud
			<b>Opció 2:</b> 5% de la nota trimestral / fins a un 15% de l'avaluació contínua
ANNEX 9	Treball en parelles	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Us intel·ligent de les TIC</li> <li>- Reconèixer i interpretar models matemàtics en contextos reals</li> <li>- Mostrar destresa en organitzar informació i en la comunicació i transmissió de coneixements</li> </ul>	
	<b>OPCIÓ A</b> Lliurament d'un full per alumne	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Plantejament i resolució de problemes de trigonometria: expressió clara, coherent, resolució detallada, etc.</li> </ul>	5% la nota del trimestre (cada alumne avalua el seu problema (25%) el company també (25%) i el professor ho corregeix (50%))
	<b>OPCIÓ B</b> Lliurament d'un full per parella	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Coordinació i coherència</li> <li>- Originalitat de la proposta</li> <li>- Presentació i expressió</li> <li>- Conèixer i utilitzar models geomètrics</li> <li>- Capacitat de recerca, d'organització i transmissió d'informació</li> </ul>	5% de la nota trimestral (si els dos temes estan poc relacionats i són de qualitat notablement diferent, la nota pot ser diferent pels dos alumnes)
	<b>OPCIÓ C</b> Lliurament individual d'un informe i l'autoavaluació de la parella	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Capacitat d'adquirir i transferir coneixements mitjançant diferents llenguatges</li> <li>- Anàlisi de la feina realitzada per un company i per un mateix</li> </ul>	fins a un 5% de l'avaluació procedimental del trimestre (correcció + autoavaluació)

## NOTES:

- Després del vídeo es pot debatre sobre el tema, o es pot suggerir que els alumnes facin preguntes, així com que opinin sobre el què els hi ha semblat el vídeo, o la sessió.

## 8. CONCLUSIONS

Com contempla el currículum de l'ESO<sup>23</sup>, les matemàtiques són un instrument de coneixement i anàlisi de la realitat i al mateix temps constitueixen un conjunt de sabers d'un gran valor cultural, el coneixement dels quals ha d'ajudar a totes les persones a raonar, de manera crítica, sobre les diferents realitats i problemàtiques del món actual. Per això, l'educació matemàtica en les etapes obligatòries ha de contribuir a formar ciutadans i ciutadanes que coneguin el món en què viuen despertant la seva creativitat.

Tot i l'avenç que s'ha fet en la teoria de la didàctica de les matemàtiques, crec que encara avui en la pràctica, l'ensenyament de les matemàtiques és molt clàssic. Els problemes contextualitzats solen ser ficticis, i no es relaciona la matemàtica amb altres matèries tant com es podria fer, ni es sol visualitzar.

Llegint l'INJUVE 2008<sup>24</sup>, em va sorprendre l'alt percentatge dels joves que els hi agrada la música, dibuixar, ballar... i no tenim en compte el potencial que pot suposar això en les aules. Es poden fer activitats de matemàtiques relacionades amb cançons, fer més explicacions audiovisuals, projectes, jocs...

Crec que no ensenyem als alumnes allò que els pugui fer "estimar" un poquet les matemàtiques sinó tot allò com més difícil i "inaplicable" millor. Tal vegada per a mantenir l'estatus de "matèria important", tal vegada perquè no fer-ho així és complicat, però sempre he pensat que aquesta era una manera errònia d'ensenyar-les.

Un dels meus ideals era canviar aquesta idea i estudiant el Màster, m'he adonat que no sóc la única, que a darrera de l'educació hi ha tot un món i que entre tots ho podem fer molt millor del que em pensava. M'agradaria citar una frase del gran mestre Pere Puig Adam:

*"Cal disposar-ho tot per estimular i afavorir en l'alumne l'aprenentatge actiu de les matemàtiques mitjançant una participació personal tan gran com sigui possible"*

També tenim la responsabilitat d'atendre a la diversitat de l'alumnat. Crec que fer alguna activitat més manipulable, més pràctica, ens pot ajudar a conèixer com aprenen els nostres alumnes i a evitar caure en la monotonia en el propi estil d'ensenyament.

En quant a la realització d'aquest treball final de Màster, tot i l'atractiu del tema escollit i la seva divulgació, m'ha estat bastant difícil trobar activitats que fossin interessants per portar a l'aula. Moltes eren poc competencials, altres poc

---

<sup>23</sup> Currículum de l'ESO. Decret 143/2007 DOGC. num 4915

<sup>24</sup> INJUVE (2009) *Informe JUVENTUD EN ESPAÑA 2008*. Madrid: Ministerio de Igualdad de España

clares, altres poc constructives... per això he optat per a realitzar jo mateixa la majoria dels documents per a dur a terme les sessions proposades.

Aquestes són unes sessions basades en la motivació i sobretot en el desenvolupament de les competències bàsiques dels alumnes. I a més, permeten total flexibilitat en l'organització del professor. Pel que això convida a que qualsevol docent les pugui posar en pràctica.

El nou enfocament de la llei educativa, fa necessària l'aportació de nous recursos, l'elaboració d'activitats, enfocar les classes des de diferents posicions, en les que l'alumne pugui ser protagonista, pugui ser responsable en la seva avaluació, etc. És important que tinguem el currículum present i que entre tots, apostem per a la innovació en l'aula, ja que només és entre tots que la podem aconseguir.

En els darrers anys, gràcies a l'avenç tecnològic, hem aconseguit millorar molt l'educació. Hi ha una multitud de programes interactius, applets, que ens faciliten la tasca docent.



Font: flickr.com

Però no era a la innovació de recursos a la que em referia, sinó a la innovació en el fer.

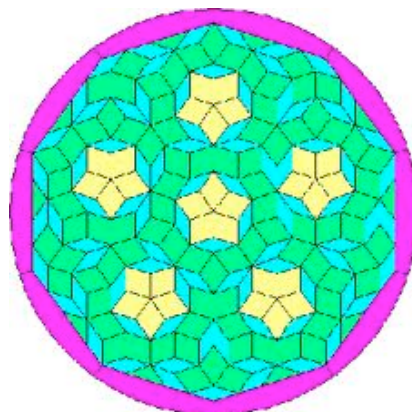
No és per l'erosió de la pell que morim, sinó perquè el cor deixa de sentir.

Cal posar-hi ganes, moltes ganes. Desde aquí, faig la meva petita aportació....

## 9. BIBLIOGRAFIA

- Decret 143/2007, de 26 de juny, pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'Educació Secundària Obligatoria DOGC. Núm 4915
- Decret 142/2008, de 15 de juliol, pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments del Batxillerat DOGC. Núm 5183
- Llei 12/2009, de 10 de juliol, d'educació DOGC. Núm 5422
- Alonso Tapia, J. (2000). Motivación y aprendizaje en la Enseñanza Secundaria. A. C. Coll (coord). *Psicología de la instrucción: la enseñanza y el aprendizaje en el educación secundaria*. Barcelona: Horsori-ICE UB.
- Moreno, A. (2009). El desenvolupament a l'adolescència. A. A. Moreno (coord). *Psicologia del desenvolupament II*. Barcelona: UOC. Mòdul 1.
- Corbalán, F. (2010) *La proporción áurea*. Colección: El mundo es matemático. Barcelona: RBA.
- Santos Guerra, M.A. (2002) Organizar la diversidad. *Cuadernos de pedagogía*.
- Poblete y Díaz (2003) *Competencias profesionales del profesor de matemáticas*. Recuperat abril 2012 des de: <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/53/Articulo01.pdf>
- Dígits (2010) Recuperat maig 2012 des de: <http://www.digits.cat/>
- Cesire Creamat (2012) Recuperat gener 2012 des de: <http://phobos.xtec.cat/creamat/joomla/index.php/suport-curricular>
- *Donald en el País de las Matemáticas*(2011) [vídeo] Recuperat març 2011 des de: <http://www.youtube.com/watch?v=I-PSF6shTAo&feature=relmfu>
- Antonio Pérez. *El número áureo*. [vídeo] Recuperat maig 2012 des de: [http://maralboran.org/web\\_ma/videos/elnumeroaureo/elnumeroaureo.htm](http://maralboran.org/web_ma/videos/elnumeroaureo/elnumeroaureo.htm)
- *Las proporciones de la belleza* (2008) [vídeo] Recuperat maig 2012 des de: <http://www.youtube.com/watch?v=4QuDgp1c-u8&feature=related>
- *Le nombre d'or*. Recuperat maig 2012 des de: [http://www.nombredor.be/html/decimales\\_du\\_nombre\\_d\\_or.html](http://www.nombredor.be/html/decimales_du_nombre_d_or.html)
- Proyecto Gauss. Intef. (2012) Recuperat maig 2012 des de: [http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales\\_didacticos/eso/actividades/aritmetica/irracionales/metalicos2/actividad.html](http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/aritmetica/irracionales/metalicos2/actividad.html)

- Descartes. Intef. (2012) Recuperat maig 2012 des de: [http://descartes.cnice.mec.es/materiales\\_didacticos/razon\\_aurea/aureo1.htm](http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/razon_aurea/aureo1.htm)
- Antonio Pérez. *Fibonacci: la magia de los números*. [vídeo] Recuperat maig 2012 des de: [http://maralboran.org/web\\_ma/videos/fibonacci/fibonacci.htm](http://maralboran.org/web_ma/videos/fibonacci/fibonacci.htm)
- *El número de oro; Phi; La divina proporción* [vídeo] Recuperat abril - maig 2012 des de: <http://www.youtube.com/watch?v=i9e0auhmxnc>
- Recuperat maig 2012 des de: <http://www.telefonica.net/web2/lasrotas/ficheros/Geogebra/Numero%20de%20oro%204.html>  
<http://www.telefonica.net/web2/lasrotas/ficheros/Geogebra/Numero%20de%20oro%203.html>
- National Library of Virtual Manipulatives. (2010) Recuperat maig 2012 des de: [http://nlvm.usu.edu/en/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_3_t_1.html)
- Jorge Fernández Herce (2011) Recuperat maig 2012 des de: [http://www.jorge-fernandez.es/proyectos/angulo/temas/temag/app\\_g8.html](http://www.jorge-fernandez.es/proyectos/angulo/temas/temag/app_g8.html)  
[http://www.jorge-fernandez.es/proyectos/angulo/temas/temag/app\\_g9.html](http://www.jorge-fernandez.es/proyectos/angulo/temas/temag/app_g9.html)
- *Mosaicos de Penrose*. Recuperat maig 2012 des de: <http://mimosa.pntic.mec.es/clobo/geoweb/mosa7.htm>



Font: satyam.com.ar



## 10. ANNEXOS

### ANNEX 1

(Exemple de full d'autoavaluació)

**AUTOAVALUACIÓ** \_\_\_\_\_ **Nom:**

#### AUTOAVALUACIÓ TREBALL INDIVIDUAL

1. Puntua de l'**1 al 5** (1 si no t'ha agradat gens i 5 si t'ha agradat molt) i comenta les activitats que hem fet en aquesta sessió:

	<b>Puntuació</b>	<b>Observacions</b>
Full individual		
Vídeo		
Treball en grup		

2. Què has après avui?
3. Què has fet per aprendre-ho?
4. Per què creus que hem fet aquesta activitat?
5. Què trobes que has fet bé?
6. Què milloraries?

#### AUTOAVALUACIÓ TREBALL EN GRUP

1. Avaluació del treball en parelles o grup:

Grup	<b>Nom i cognoms</b>	<b>Nom alumne 1</b>	<b>Nom alumne 2</b>	<b>Nom alumne 3</b>
Núm:				
	Autoqualificació:	Qualificació:	Qualificació:	Qualificació:
Observacions:				

## ANNEX 2

(Activitat individual - PROPORCIONALITAT)

FULL ALUMNE \_\_\_\_\_ Nom:

### ACTIVITAT 1

Obre l'arxiu **Activitat1\_Prop.ggb** en el Geogebra i realitza l'activitat.

Mou el punt Q fins que la proporció entre el segment verd (PQ) i el segment blau (QR) sigui igual a la proporció entre el segment sencer (PR) i el segment verd (PQ).

$$PQ/QR = \frac{11.124}{6.876} = 1.618$$

$$PR/PQ = \frac{18}{11.124} = 1.618$$



Es diu que PQ és la secció àurea de PR, ja que es manté la mateixa proporció entre el segment sencer i el tros gran que entre el tros gran i el tros petit. Quina és aquesta proporció?

RESPOSTA:

Aquest número té nom propi, saps com es diu?

RESPOSTA:

Respon a les qüestions corresponents:

- Es diu que PQ és la **secció àurea** de PR, ja que es manté la mateixa proporció entre el segment sencer i el tros gran que entre el tros gran i el tros petit. Quina és aquesta proporció?

RESPOSTA:

- Aquest número té nom propi, saps com es diu?

RESPOSTA:

### ACTIVITAT 2

Obre l'arxiu **Activitat2\_Prop.ggb** i realitza l'activitat.

Mou el punt D de manera fins que la proporció entre els costats del rectangle sencer (ABCD), és dir, BC/CD sigui igual que la proporció entre els costats del rectangle verd (CDEF), és a dir, CD/ED.

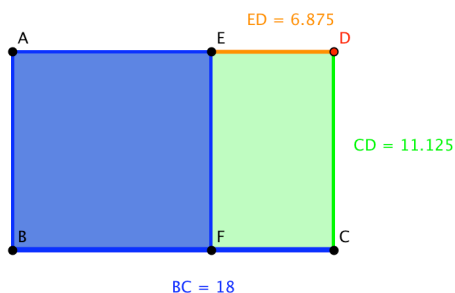
$$BC/CD = \frac{18}{11.125} = 1.618$$

$$CD/ED = \frac{11.125}{6.875} = 1.618$$

Al rectangle que satisfà la condició demanada, se l'anomena rectangle auri. Quina proporció entre costats fa que un rectangle sigui auri?

RESPOSTA:

Calcula l'àrea i el perímetre dels rectangles ABCD i CDEF quan aquests són auris:



ABCD	CDEF
Costat 1:	Costat 1:
Costat 2:	Costat 2:
Perímetre:	Perímetre:
Àrea:	Àrea:

Respon a les preguntes següents:

- Al rectangle que satisfà la condició demanada, se l'anomena **rectangle auri**. Quina proporció entre costats fa que un rectangle sigui auri?

RESPOSTA:

- Calcula l'àrea i el perímetre dels rectangles ABCD i CDEF quan aquests són auris (Explicita els càlculs!):

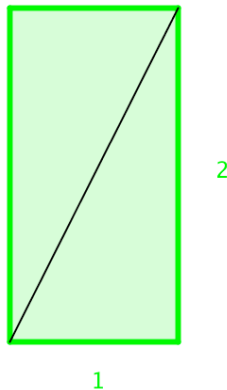
	ABCD	CDEF
Costat 1		
Costat 2		
Perímetre		
Àrea		

### ACTIVITAT 3

Ara obre un nou arxiu en el Geogebra on es vegi la quadrícula i segueix les següents indicacions per a poder construir un rectangle auri!!

1. Fes un quadrat qualsevol ABCD.
2. Dibuixa la recta que passa per AB.
3. Marca el punt mig del segment, anomena-li E.
4. Ves a l'eina circumferència donat el centre i un dels punts i dibuixa la que té centre E i passa per C.
5. Marca el punt d'intersecció entre aquesta circumferència i la recta AB. Aquest serà el punt F que serà el tercer vèrtex del rectangle auri AFGD.
6. Fes la perpendicular a la recta AB que passa per F i la recta paral·lela a AB que passa per D.
7. Marca el punt d'intersecció d'aquestes dues rectes i anomena'l G.
8. Ves a l'eina polígon i marca els quatre punts A, F, G i D. Ja tens el rectangle construït!!!

#### ACTIVITAT 4



- Quant mesura la diagonal d'aquest rectangle? (Fórmula de Pitàgores)

RESPOSTA:

- **Sense passar-ho a decimals**, al resultat anterior suma-li una unitat i divideix aquest nombre entre dos. L'expressió que has obtingut és:

RESPOSTA:

- Escribeu aquesta expressió amb la calculadora i prem l'igual, quin nombre decimal has obtingut? (Escribeu cinc decimals)

RESPOSTA:

## ANNEX 3

(Activitat parelles - PROPORCIONALITAT)

**FULL ALUMNES**

**Nom1:**

**Nom2:**

### **ACTIVITAT 1**

Creieu que algun d'aquests rectangles és auri?



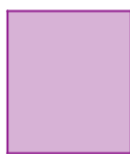
A



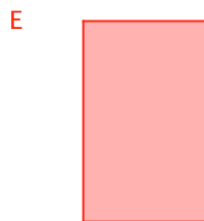
B



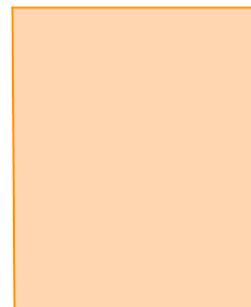
C



D



E



F

Quins? Perquè?

RESPOSTA: (B i F. Es pot fer a ull pel que s'ha vist al vídeo)

## ACTIVITAT 2

En un full, dibuxeu un rectangle auri igual però de la mida que volgueu seguint els passos de l'activitat 3 que heu fet amb Geogebra. Retalleu-lo i dibuixeu-lo de color si voleu.

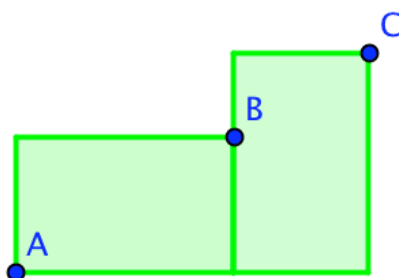
Anoteu les dades següents:

- Mida costat gran:
- Mida costat petit:
- Proporció entre costats (costat gran/costat petit):

## ACTIVITAT 3

Intercanvieu-vos els dos rectangles que heu fet amb una altra parella. Comprovareu si realment els han fet auris de tres maneres.

1. Primer cal comprovar que els dos rectangles són exactament iguals. Col·loqueu-ne un en horitzontal i l'altre en vertical com mostra la figura.



Si podeu traçar una recta entre el punt A, B i C, és que els rectangles són auris.

Quant mesura aquesta diagonal (segment AC)? \_\_\_\_\_

2. Mirant la proporció entre costats, tal com heu fet amb els vostres:
  - Mida costat gran:
  - Mida costat petit:
  - Proporció entre costats (costat gran/costat petit):
3. Marca el quadrat més gran possible dins un dels rectangles i retalla'l. Mesura el rectangle que t'ha quedat, el petit i comprovarem que aquest també és auri.
  - Mida costat gran:
  - Mida costat petit:
  - Proporció entre costats (costat gran/costat petit):

## ANNEX 4

(Activitat individual - INCÒGNITA)

**FULL ALUMNE** \_\_\_\_\_ **Nom:** \_\_\_\_\_

### ACTIVITAT 1

LECTURA:

*Com seria el món si un dia, al llevar-nos els nombres haguessin desaparegut? Segur que has pensat que perfecte! Però no! No tindriem ordinadors, ni microones per encalentir la llet, ni gots, ni podríem contar quantes galetes agafar per esmorzar... i això no és res!*

*Per exemple, els nombres de la successió de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...) tenen lloc freqüentment en la natura, ja que moltes flors tenen un nombre de pètals que sol ser un terme d'aquesta successió: 3 pètals, 5 o bé 8, i fins i tot els girasols solen comptar amb 13, 21, 34, 55 o bé 89 pètals. També l'espiral relacionada amb aquesta successió, que s'anomena espiral d'or dona forma als cargols de mar i a la Via Làctia!*

*També hi ha la proporció d'or, que està present en l'arquitectura, com en l'edifici de l'ONU a Nova York, i en quadres famosos com "La Mona Lisa" del grandíssim Leonardo Da Vinci. Aquest definia la proporció divina (àuria o d'or) com la proporció entre qualsevol part del cos de l'home perfecte.*

*Aquesta proporció es defineix a partir de la secció àuria, que veurem a continuació.*

### ACTIVITAT 2

Busquem la secció àuria d'aquest segment. Aquesta és la que fa que el segment sencer sigui al verd, com el verd al blau. És a dir,  $PR/PQ = PQ/QR$ .

Suposa que la distància entre P i R és 1 ( $PR=1$ ). Què medeix el segment verd?  
(Nota: anomena x al segment verd PQ i formula i resol una equació)



CÀLCULS:

RESPOSTA:

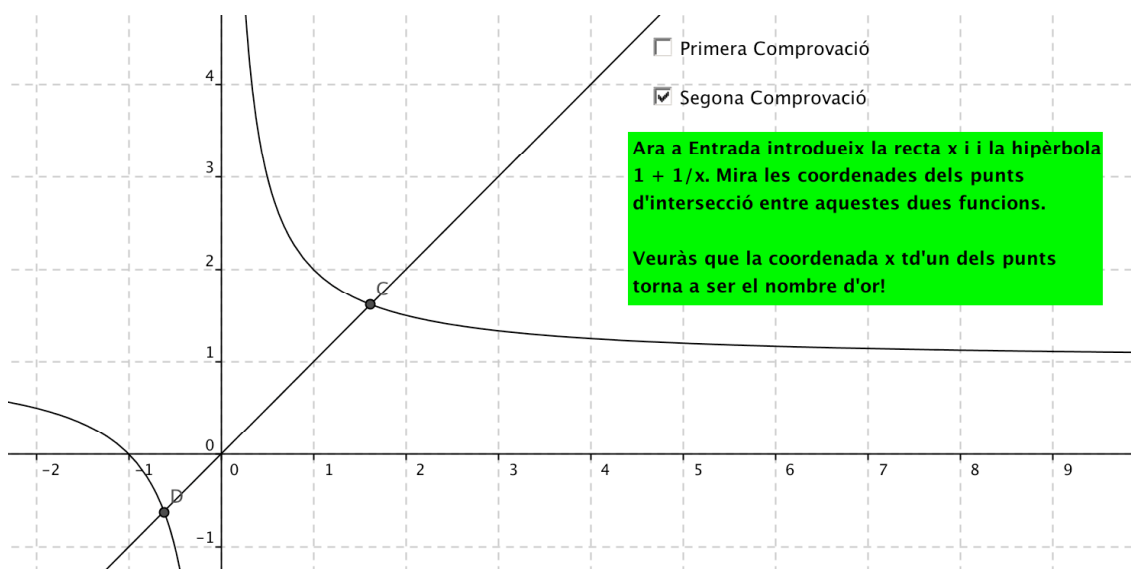
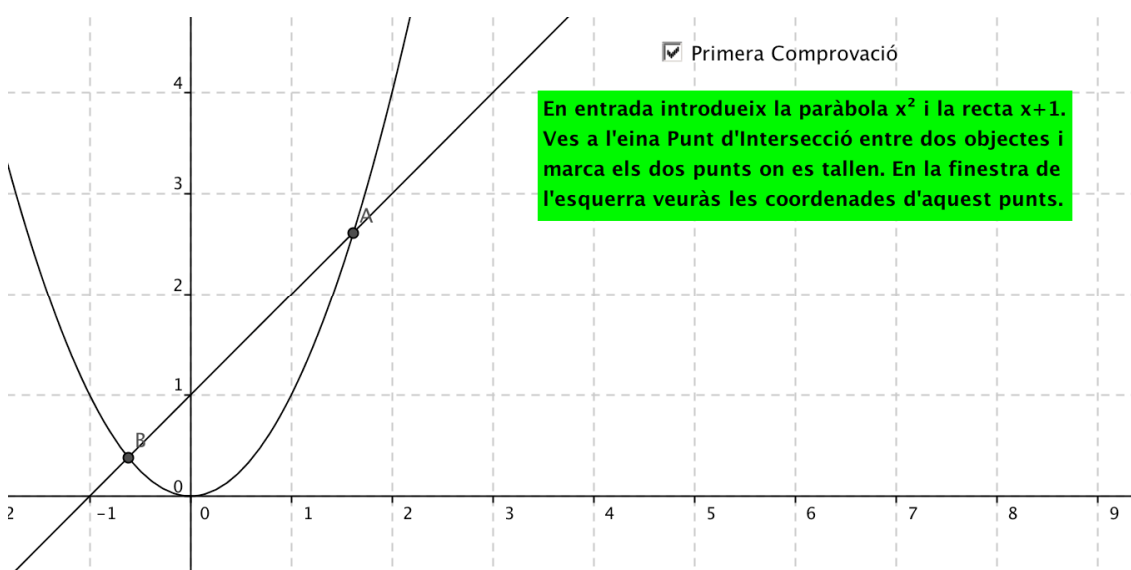
L'expressió que representa el segment verd, és la que s'anomena **proporció àuria**, aquesta és: \_\_\_\_\_ (sense decimals). A aquest nombre se li diu **nombre d'or** i té infinits decimals. Posa'n una aproximació d'aquest amb tots els decimals que t'apareixin en la calculadora: \_\_\_\_\_.

En pots mirar una aproximació un poc més acurada a:  
[http://www.nombredor.be/html/decimales\\_du\\_nombre\\_d\\_or.html](http://www.nombredor.be/html/decimales_du_nombre_d_or.html)

NOTA: Cal remarcar que la solució ha de ser la positiva!

### ACTIVITAT 3

La paràbola  $y = x^2$  i la recta  $y = x+1$  es tallen en dos punts. Indica quins són aquests dos. (Nota: aquests són punts  $(x,y)$  que satisfan ambdues equacions) Comprova-ho obrint el fitxer **Activitat3\_Incog.ggb**.





#### ACTIVITAT 4

Obre l'applet següent i completa la taula:

[http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales\\_didacticos/eso/actividades/aritmetica/irracional/metalicos2/actividad.html](http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/aritmetica/irracional/metalicos2/actividad.html)

p	q	Símbol	Nom	Valor exacte	Valor aproximat
1	1	$\Phi$	Nombre d'or		
2	1	$\sigma_{2,1}$	Nombre de plata		
3	1	$\sigma_{3,1}$	Nombre de bronze		
1	2	$\sigma_{1,2}$	Nombre de coure		
1	3	$\sigma_{1,3}$	Nombre de níquel		
2	2	$\sigma_{2,2}$	Nombre de platí		

Podem expressar sempre el valor exacte d'un nombre metàl·lic?  
Perquè?

RESPOSTA: (No, alguns són irracionals, és a dir, que tenen infinits decimals)

## ANNEX 5

(Activitat parelles - INCÒGNITA)

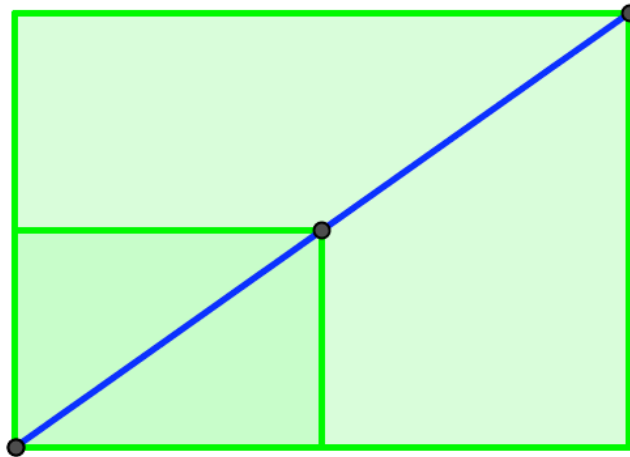
**FULL ALUMNES**

**Nom1:**

**Nom2:**

### ACTIVITAT 1

Retalla un rectangle qualsevol i fes-ne una còpia igual. Talla per la meitat un dels dos i superposa un petit i un gran. Pots fer una diagonal que sigui del petit i del gran a la vegada com a la imatge següent?



No tots els rectangles tenen aquesta propietat, anem a veure quina proporció han de guardar els costats per a que es satisfaci?

Per això és necessari que les proporcions entre els costats dels rectangles siguin iguals, per Tales.

1. Agafa un full DIN A4, anomena  $b$  al costat gran i  $a$  al costat petit. Aferra dos fulls pel costat llarg i obtindràs un DIN A3. Comprova amb un DIN A3 o amb el que has fet i un DIN A4 que es satisfà la propietat de la imatge. Imposa per  $a$  i  $b$  que es satisfacin les condicions i obtindràs la proporció  $b/a$ , que volem determinar. És a dir, Proporció DIN A4 = Proporció DIN A3.

$$(b/a = 2a/b \rightarrow b^2 = 2a^2 \rightarrow b/a = \sqrt{2})$$

Quina proporció has trobat?

RESPOSTA:  $b/a =$  \_\_\_\_\_ (sense decimals)

Tornem a tenir un nombre irracional, d'aquests que tenen infinits decimals.

Posa'n l'aproximació més gran d'aquest nombre que pots obtenir amb la calculadora: \_\_\_\_\_.

**Els fulls que usem són així per conveni, si tallem pel mig un DINA4, obtenim un DINA5, i la meitat d'aquest és un DINA6, i tots tenen la mateixa proporció!**

2. Agafa un DINA4, mesura els costats i respon:

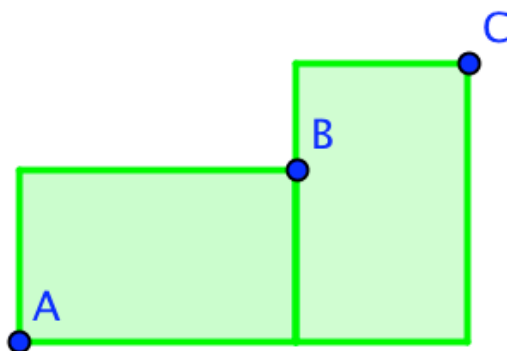
- Mida costat gran:
- Mida costat petit:
- Proporció entre costats (gran/petit):

## **ACTIVITAT 2**

Uns altres rectangles interessants, són els rectangles auris.

Fes dos rectangles tals que un costat sigui 1,618 vegades l'altre. Comprova si es satisfà la figura de l'activitat anterior.

Ara comprova si, disposant dos rectangles iguals com els que has fet i disposant-los com la figura mostra pots traçar una recta entre A, B i C:



Aquesta és la propietat que s'utilitza per verificar si un rectangle és auri o no.

La satisfan els DIN?

Retalla rectangles de diferents mides i diferents proporcions i comprova si satisfan alguna d'aquestes dues condicions.

## ANNEX 6

(Activitat individual - FIBONACCI)

**FULL ALUMNE** \_\_\_\_\_ **Nom:**

### ACTIVITAT 1

L'equació  $x^2-x-1=0$  té dues solucions. La positiva, n'és un importantíssim nombre conegut com Phi, inicial de Fidias, l'arquitecte del Partenó, o com el NOMBRE D'OR:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Donat que en la seva expressió apareix una arrel quadrada no exacta, Phi és un nombre irracional, el que vol dir que mai podrem obtenir-ne una expressió decimal exacta, ja que no té cap grup de decimals que es repeteixi de manera periòdica. En la pàgina web següent pots veure els primers cinc mil decimals de Phi: [http://www.nombredor.be/html/decimales\\_du\\_nombre\\_d\\_or.html](http://www.nombredor.be/html/decimales_du_nombre_d_or.html)

#### Càlcul amb calculadora:

1. Marca l'expressió en la calculadora i escriu una aproximació del nombre tan llarga com puguis: \_\_\_\_\_
2. Ara fes  $1/\phi$ . Què et dóna? \_\_\_\_\_
3. Escriu la relació que has obtingut: \_\_\_\_\_
4. Ara fes  $\phi^2$ . Què et dóna? \_\_\_\_\_
5. Quina relació has obtingut? \_\_\_\_\_
6. Calcula  $\phi^2 + \phi$ : \_\_\_\_\_
7. Calcula  $\phi^3$ : \_\_\_\_\_
8. Quina relació has obtingut? \_\_\_\_\_
9. En l'expressió anterior substitueix  $\phi^2$  per  $\phi + 1$ , ja que és el mateix. Quina relació hi ha entre  $\phi^3$  i  $\phi$ ? \_\_\_\_\_
10. Calcula  $3\phi$ : \_\_\_\_\_
11. Calcula  $\phi^4$ : \_\_\_\_\_
12. Quina relació obtens entre aquests? \_\_\_\_\_

## ACTIVITAT 2

Observa la taula següent:

Potències de Phi	Suma de potències de Phi	Relació amb Phi
$\phi$		$1\phi + 0$
$\phi^2$	$\phi + 1$	$1\phi + 1$
$\phi^3$	$\phi^2 + \phi$	$2\phi + 1$
$\phi^4$	$\phi^3 + \phi^2$	$3\phi + 2$
$\phi^5$	$\phi^4 + \phi^3$	$5\phi + 3$
$\phi^6$	$\phi^5 + \phi^4$	$8\phi + 5$
$\phi^7$	$\phi^6 + \phi^5$	$13\phi + 8$
$\phi^8$	$\phi^7 + \phi^6$	$21\phi + 13$

Així,  $\phi^9$  seria  $\phi$  multiplicat per 34 (=21+13) més 21.

És a dir, si coneguéssim la relació entre aquests nombres 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... seria molt fàcil calcular les potències de Phi!

Hi veus alguna relació entre ells? Quina? \_\_\_\_\_

Aquesta és una successió famosa, que regeix moltes lleis de la naturalesa i moltes curiositats més.

Observa el VÍDEO.

## ACTIVITAT 3

Ara que ja coneixes la coneguda Successió de Fibonacci, intenta definir el seu terme general  $a_n$ .

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1$$

$$a_3 = 2$$

$$a_4 = 3$$

$$a_5 = 5$$

...

$$a_n = \underline{\hspace{2cm}}$$

Escriu  $\phi^n$  en funció d'aquesta: \_\_\_\_\_

Ara intentarem expressar matemàticament les propietats que hem vist al vídeo sobre aquesta successió:

1. Quan multipliquem dos termes en posicions senars consecutives obtenim el quadrat del terme d'enmig (posició parella) més una unitat.

Ex:  $2 \times 5 = 3^2 + 1$

EXPRESSIÓ GENERAL:  $(a_{n-1} \times a_{n+1} = a_{n+2}^2 + 1, \text{ suposem que } n \text{ és parell})$

2. Quan multipliquem dos termes en posicions parelles consecutives obtenim el quadrat del terme d'enmig (posició senar) menys una unitat.

Ex:  $3 \times 8 = 5^2 - 1$

EXPRESSIÓ GENERAL:  $(a_n \times a_{n+2} = a_{n+1}^2 - 1, \text{ suposem que } n \text{ és parell})$

3. Si sumem els  $n$  primers termes de la successió, obtenim el nombre que està a dos posicions més endavant menys una unitat.

Ex:  $1 + 1 + 2 = 5 - 1$

EXPRESSIÓ GENERAL:  $(a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_{n+2} - 1)$

**DEURES:** Entra a la pàgina [http://nlvm.usu.edu/en/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_3_t_1.html) i ves a "Fibonacci Sequences". Posa la fórmula del que descobreixis!

## **GUIA DE TREBALL**

En el que resta de classe, haureu de buscar informació sobre alguns dels temes següents i realitzar-ne un PROJECTE (disseny, maqueta, anàlisi...)

Cal que es presenti per grup el següent:

- **Explicació teòrica ben redactada**
- **Esquema de com us heu organitzat**
- **Disseny, dibuix, anàlisi d'alguna fotografia, etc. sobre el tema.**
- **Bibliografia**
- **Conclusions**

Donat el poc temps del que disposeu, caldrà que us organitzeu òptimament, tant el repartiment de tasques com el de materials. Disposeu de total llibertat en quant a eines i medis a utilitzar (geogebra, photoshop, cartolines, etc.), igual que en la definició del projecte. Només cal que sigui original i de qualitat.

Els temes a elegir són els següents:

1. ES POT CONSTRUIR UN PENTÀGON AMB REGLE I COMPÀS?
2. CURIOSITATS DEL PENTÀGON I L'ESTRELLA DE CINCPUNTES
3. DISSENY D'UN DIBUIX AMB ESPIRALS PER FER UNA SAMARRETA
4. DISSENY D'UN EDIFICI QUE GUARDI PROPORCIONS ÀURIES
5. L'HOME DE VITRUVI
6. L'ANGLE AURI EN LA NATURA

### **NOTA**

Es valorarà:

- La capacitat d'organització
- La presentació
- La relació amb el nombre d'or, proporció àuria,...
- L'expressió escrita així com artística
- La creativitat i originalitat

## ANNEX 8

(Activitat individual - LÍMIT)

**FULL ALUMNE** \_\_\_\_\_ **Nom:** \_\_\_\_\_

### ACTIVITAT 1

La Successió de Fibonacci, descrita per aquest matemàtic italià del segle XIII, parteix dels valors 1 i 1, a partir del quals es generen nous termes fent la suma dels dos anteriors. Els quinze primers nombres d'aquesta sèrie infinita són:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377 i 610.

Aquesta es defineix per recurrència per la llei ( $n \geq 2$ ):  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 1$

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

Agafa la calculadora i completa la taula amb la màxima precisió possible:

n	núm.	$a_n / a_{n-1}$
1	1	-
2	1	1.00000000000000
3	2	
4	3	
5	5	
6	8	
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		

El límit d'una successió  $\{a_n\}$  existeix si a mesura que anem fent gran  $n$  ens anem acostant a un nombre. No totes les successions tenen límit, per exemple, la de Fibonacci tendeix a infinit, però sembla que la successió dels quocients entre els seus termes  $\{a_n / a_{n-1}\}$  sí que en té. Quin és aquest límit?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_



## ACTIVITAT 2

Per si no coneixies aquest nombre, cal que sàpigues que es tracta d'el **nombre d'or**. Aquest és un nombre irracional molt conegut, també es diu Phi ( $\phi$ ) i com hauràs vist, és el nombre següent:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cong 1,618033988749894$$

Sabent que  $\{a_n / a_{n-1}\}$  tendeix a  $\phi$ . Calcula el límit de la successió  $\{a_n / a_{n+2}\}$ .  
(NOTA: Posa  $a_n / a_{n+2} = a_n / a_{n+1} \cdot a_{n+1} / a_{n+2}$ )

RESPOSTA:  $(\lim \{a_n / a_{n+2}\} = 1 / \phi^2)$

Ara multiplica aquest per  $360^\circ$  i obtindràs l'**angle auri!!!**

Les fulles de les plantes creixen rotant aquest angle, el nombre d'espivals en cada un dels sentits de gir d'una pinya o d'un girasol són termes continus de la successió de Fibonacci!!! La successió regeix pràcticament totes les lleis de les plantes, t'ho pensaves???



Font: aureo.webgardes.es

També es pot expressar el nombre d'or de les següents dues maneres:

$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}} \quad \Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

Si anem desenvolupant qualsevol dels dos casos, no acabarem mai! Si les miréssim com per un microscopi, sempre trobaríem la mateixa expressió, que continua fins a l'infinit. Aquest complicat exercici mental és la porta que ens obre al món dels FRACTALS des de l'univers de Phi.

## DEURES

1. Busca informació en la xarxa sobre els fractals. Fes una breu explicació i inclou alguna imatge sobre el tema (màxim un full).

## ANNEX 9

(Activitat parelles - LÍMIT)

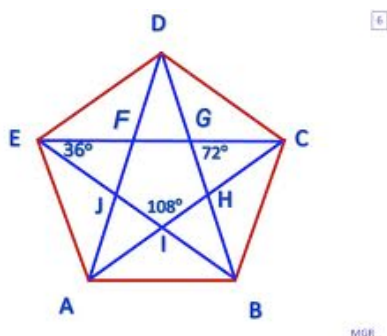
### GUIA ACTIVITAT

Aquesta activitat es treballarà en parelles, però cada alumne tindrà un ordinador i un tema diferent sobre el que realitzar la tasca.

1. Un de la parella treballarà la trigonometria i la proporció àuria en el pentàgon regular. Heu de buscar informació en la xarxa, els següents enllaços us poden servir d'auxiliars:

[http://www.jorge-fernandez.es/proyectos/angulo/temas/temag/app\\_g8.html](http://www.jorge-fernandez.es/proyectos/angulo/temas/temag/app_g8.html)

[http://www.jorge-fernandez.es/proyectos/angulo/temas/temag/app\\_g9.html](http://www.jorge-fernandez.es/proyectos/angulo/temas/temag/app_g9.html)

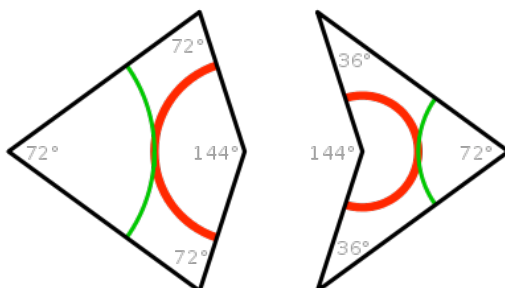


Font: juegos-de-mates-manuel.blogspot.com

**NOTA:**  $AD/ED = \phi$ ,  $ED/EF = \phi$ ,  $EF/FJ = \phi$

2. L'altre alumne de la parella treballarà la relació entre els Mosaics de Penrose, en particular, entre les peces fonamentals d'aquests, la Fletxa i l'Estel i el nombre d'or. El següent enllaç us pot ajudar, i altres pàgines web:

<http://mimosa.pntic.mec.es/clobo/geoweb/mosa7.htm>



Font: math.ucr.edu

**NOTA:** La proporció entre els costats que toquen els arcs vermells i els costats tocats pels arcs verds és de  $\phi - 1$ .

## **OPCIÓ A**

Cada alumne s'informa sobre el tema assignat i prepara un problema o exercici de trigonometria per a que el seu company el resolgui. Aquest caldrà d'una introducció explicativa sobre el tema per a que s'entengui. Quan acabi la classe, cada alumne ha d'entregar el problema que ha preparat amb la seva corresponent resolució (i presentació del tema) i el problema inventat pel company també resolt.

- Els alumnes poden ser els encarregats d'avaluar als seus companys, tant de la creativitat i originalitat del problema com de la seva resolució.

## **OPCIÓ B**

Cada alumne busca informació sobre el tema que se li ha assignat. Entre els dos, han de preparar un document a lliurar en el que analitzin els angles, les propietats, etc. Poden realitzar imatges en geogebra, relacionar ambdós temes, etc. Tenen total llibertat per interpretar els dos temes com vulguin. Poden crear una nova figura, dissenyar algun cartell, etc.

- Importa que cada alumne sigui responsable de dur a terme una recerca sobre un tema, de transferir-se informació entre companys i que entre els dos hi hagi la bona comunicació i capacitat de treball per a entregar un document curat, argumentat i coherent.

## **OPCIÓ C**

Cada alumne cerca informació sobre la temàtica escollida i ha de ser capaç d'explicar-li el què ha après al company:

1. Sense usar el llenguatge oral.
2. En anglès o castellà.

Cada alumne ha de redactar un informe sobre el tema que no tenia assignat, és a dir, sobre el que li ha explicat el company. Aquest inclourà l'autoavaluació de la parella.